TRAZADO DE GRÁFICA DE FUNCIONES

Procedimiento general para representar la gráfica de una función

1. Dominio de la función

Determinar el dominio de $f(x)$, el conjunto de valores para los cuales x está definida.

2. Intersección con los ejes

Hallar los puntos donde la gráfica corta el **eje** x y el **eje** y.

Para hallar los **interceptos en x**, si hay, en la gráfica de una función, haga **y=0** en la ecuación y resuelva para x.

Para hallar los **interceptos en y**, si hay, en la gráfica de una función, haga **x=0** en la ecuación y resuelva para y.

3. Simetrías

Para estudiar la simetría debemos de estudiar cual es la imagen de $-x$.

Si **f(−x) = f(x),** entonces la función es **par**, simétrica respecto al eje de ordenadas y.

Si **f(−x) = –f(x),** entonces la función es **impar**, simétrica respecto al origen O o la recta y = x.

4. Análisis de las asíntotas

Verticales:
Son rectas de la forma **x=a**. Las asíntotas verticales sólo pueden darse en puntos en los que la función no esté definida, donde se cumple que:

$$\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$$

Horizontales:
Son rectas de la forma **y=b**, donde se cumple que:

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = b$$

Oblicuas:
Recta de la forma **y=mx+b,** donde **m** pendiente,
b intercepto con el eje y, se obtienen mediante:

$$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$b = \lim_{x \to \pm\infty} (f(x) - mx)$$

5. **Puntos críticos** (1° Derivada) **f'(x) = 0**

Hallar los puntos donde la recta tangente a la gráfica es horizontal, vertical (picos) o no existe.

Se determinan los valores de **x** para los cuales **f´(x) = 0**.

6. Crecimiento y decrecimiento f'(x)

Tomar sobre el eje x los puntos críticos y aquellos en los que la función no está definida. Esos puntos dividen al eje x en varios intervalos.

Estudiar el signo de la primera derivada en cada intervalo, deducir si la función es:

Creciente,	**Decreciente,**
Si $f'(x) > 0$ (positiva).	Si $f'(x) < 0$ (negativa).

7. **Puntos de inflexión** (2° Derivada) **f''(x) = 0**

Los puntos en los que la curva cambia de concavidades (cóncava a convexa, o al revés), se llaman **puntos de inflexión**; en esos puntos, la tangente corta la curva.

Se determinan los valores de **x** para los cuales **f´´(x) = 0**.

8. Concavidades f'(x)

Se debe determinar el conjunto de valores x para los cuales $f''(x)$ es positiva o negativa, para esto se estudia el signo de la segunda derivada en cada intervalo, deducir si la función es:

Cóncava hacia arriba,	**Cóncava hacía abajo,**
Si $f''(x) > 0$ (positiva).	Si $f''(x) < 0$ (negativa).

9. Trazado de la gráfica de la función

Por último, se emplea toda la información obtenida en los pasos anteriores para realizar el trazo de la gráfica de la función.